

# Outline

## 1 Overfladebølger

- Bølgeligningen
- Bølgepotentialerne
- Randbetingelserne
- Overfladebølger i et horisontalt, lagdelt medium

## 2 Jordens egensvingninger

- Egensvingninger

## Bølgeligningen

Det seismiske (elastiske) forskydningsfelt  $\mathbf{u}$  kan udtrykkes ved hjælp af skalarpotentialet  $\phi$  og vektorpotentialet  $\Psi$ :

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \Psi . \quad (1)$$

For eksempel er

$$u_1 = \frac{\partial\phi}{\partial x_1} + \frac{\partial\Psi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial\Psi_2}{\partial x_3} . \quad (2)$$

Indsættelse af (1) i bevægelsesligningen giver:

$$\nabla^2\phi = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} , \quad \nabla^2\Psi_i = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2\Psi_i}{\partial t^2} . \quad (3)$$

## Bølgepotentialerne i et homogent halvrum

Lad nu  $x_1$  og  $x_2$  være de horisontale koordinater, og  $x_3$  dybdekoordinaten i et homogent halvrum. Potentialerne for en harmonisk overfladebølge, der udbreder sig langs med  $x_1$ -aksen, og hvis komponenter og afledede er 0 i  $x_2$ -retningen, kan for eksempel have formen:

$$\begin{aligned}\phi(x_1, x_3) &= A \exp \left[ ik \left( ct \pm (c^2/\alpha^2 - 1)^{1/2} x_3 - x_1 \right) \right] \\ \psi(x_1, x_3) &= B \exp \left[ ik \left( ct \pm (c^2/\beta^2 - 1)^{1/2} x_3 - x_1 \right) \right].\end{aligned}\tag{4}$$

- 1 Vis dette!
- 2 Fortolk udtrykkene (4).
- 3 For hvilke værdier af  $c$  giver (4) en overfladebølge?

## Hvad er randbetingelserne?

I et homogent halvrum har vi:

$$\begin{aligned}\phi(x_1, x_3) &= A \exp \left[ ik \left( ct \pm (c^2/\alpha^2 - 1)^{1/2} x_3 - x_1 \right) \right] \\ \psi(x_1, x_3) &= B \exp \left[ ik \left( ct \pm (c^2/\beta^2 - 1)^{1/2} x_3 - x_1 \right) \right].\end{aligned}\quad (4)$$

Er mediet også isotropt, er sammenhængen mellem stress og strain:

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}, \quad (5)$$

hvor  $\theta = \nabla \cdot \mathbf{u}$  er *dilatationen* (det modsatte af kompressionen) og hvor

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

**1** Hvad er randbetingelserne for overfladebølger?

## Randbetingelserne

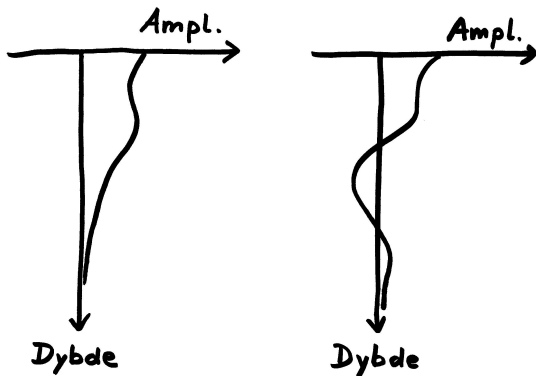
Relationerne (1), (4) og (5) giver sammen med randbetingelserne, at der faktisk eksisterer en løsning, der udbreder sig med en hastighed på typisk

$$c \approx 0.9 \beta . \quad (7)$$

Overfladebølgen er altså langsommere end både P- og S-bølger.

## Overfladebølger i et horisontalt, lagdelt medium

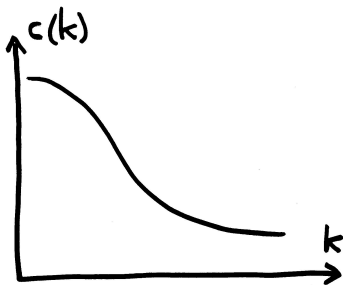
I et horisontalt, lagdelt medium eksisterer også overfladebølger. Igen er hastigheden mindre end både P- og S-bølger, men amplituden har ofte en kompliceret variation med dybden.



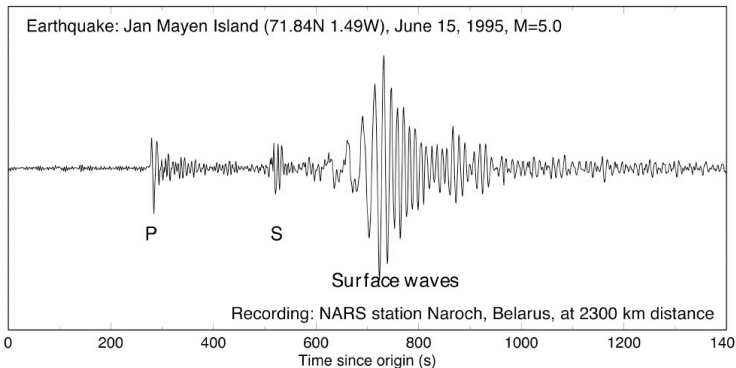
## Overfladebølger i et horisontalt, lagdelt medium

Overfladebølger i et horisontalt, lagdelt medium er karakteriseret af et fænomen kaldet *dispersion*.

**Dispersion** er betegnelsen for det forhold, at udbredelseshastigheden for en harmonisk bølge afhænger af frekvensen /perioden/bølgetallet/bølgelængden.



## Overfladebølger i et horisontalt, lagdelt medium



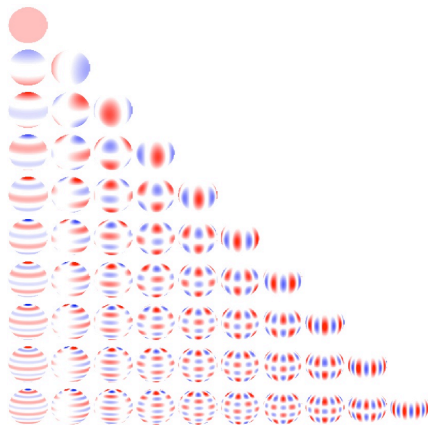
**Figure:** Seismogram, der viser overfladebølger med dispersion. Bemærk, at de først ankomne overfladebølger har de største bølgelængder.

## Overfladebølger i et horisontalt, lagdelt medium

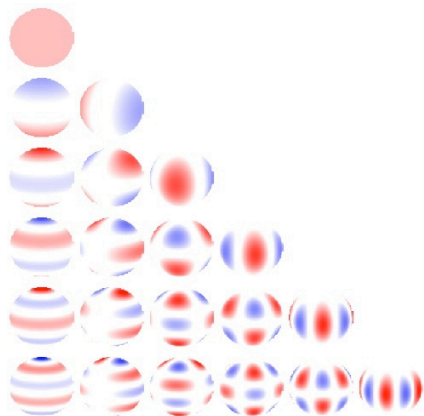
- 1 Hvorfor har de først ankomne overfladebølger oftest de største bølgelængder?
- 2 Angiv to årsager til, at overfladebølger ankommer efter både P- og S-bølger.
- 3 Hvilke jordskælv anslår bedst overfladebølger: Dybe eller overfladenære?

## Egensvingninger = stående overfladebølger på en kugle

- På en kugle har overfladebølger periodiske randbetingelser.
- Kun visse svingningsformer (“bølgelængder”) er derfor mulige.

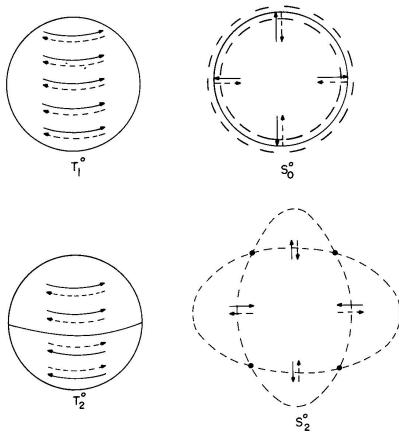


# Egensvingninger = stående overfladebølger på en kugle



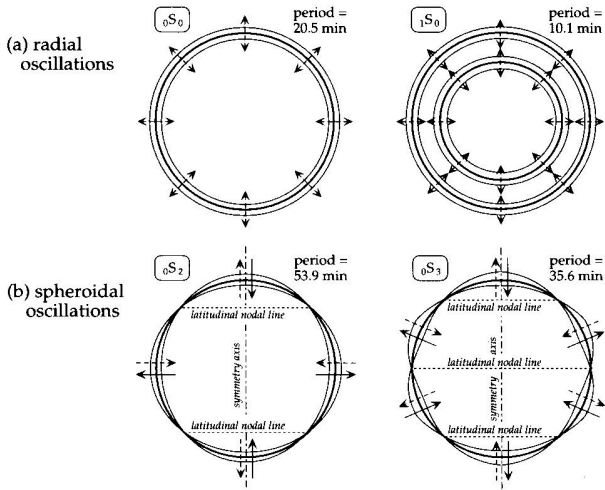
**Figure:** Lodret fra oven: Grad  $l = 0, 1, 2, \dots$ . Vandret fra venstre: Orden  $m = 0, 1, 2, \dots$ .

## Jordens egensvingninger



**Figure:** Fire egensvingninger af lav grad og orden. Toroidale til venstre, sfæroidale til højre.

# Jordens egensvingninger



# Jordens egensvingninger

