

Niels Bohr Institutet,
Juliane Maries vej 30, 2100 København Ø.

Geodæsikurset. Øvelse 3.

1. Centrifugalpotentialen er givet ved

$$\Phi = \frac{\omega^2}{2} r^2 \cos^2 \varphi$$

Beregn værdien på Ækvator udtrykt i m^2/s^2 . Benyt værdien af ω på side 23 i Torge, og ellipsoideparametre som på side 116, formel (4.77a).

2. Et punkt har koordinaterne $\varphi = 56^\circ$, $\lambda = 10^\circ$, $h = 0$ m, jvf. Øvelse 1, opgave 1, hvor (X, Y, Z) , r mv. er udregnet.

Hvad er værdien af Φ (se opgave 3.1) ?

3. Udregn gradienten af Φ i punktet i opgave 3.2 udtrykt i lokale sfæriske koordinater,

$$\nabla\Phi = \left\{ \frac{\partial\Phi}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}, \frac{1}{r \cos\varphi} \frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} \right\}$$

Hvad er bidraget til tyngdevektoren i punktet ?

4. Månen regnes som en homogen kugle med masse $M = 735 \cdot 10^{20}$ kg, og radius 1717.7 km. Hvad er tyngden på Månen ?

5. Hvad er Månens tiltrækning i jordcenteret og i 2 punkter på Jorden beliggende på forbindelseslinien mellem Månens og Jordens centre, men på hver side af Jorden. (Jorden regnes som en kugle med radius 6371 km). Afstanden mellem centrene sættes til 60 jordradier. Hvad er potentialet svarende til Månens tiltrækning i de 3 punkter ?

6. Jorden regnes kugleformig med radius som i 3.5, homogen med $GM = 3.98 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$. Beregn **gradienten** i et punkt med sfæriske koordinater som beregnet i opgave 3.2.

7. Beregn Laplaceoperatorens anvendt på Φ i opgave 3.1

8. Hvilken rotations hastighed skulle Jorden have, for at centrifugalkraften ved Ækvator var lig med massetiltrækningen ? (Jorden regnes homogen og kugleformig).

9. Find et udtryk for $P_3(t)$ ved at benytte formelene (3.80a) og (3.80b) i Torge.

10. Vis at P_{00} og P_{10} er orthogonale over enhedskuglen.

11. Vis at funktionen

$$\frac{1}{r^3} P_2(\sin\bar{\varphi})$$

er harmonisk (opfylder Laplanceligningen).

12. Udtryk funktionen i opgave 3.11 i Cartesiske koordinater (X,Y,Z).

13. Et potential er givet ved

$$W(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \frac{GM}{r} \left(1 - J_2 \frac{a^2}{r^2} P_2(\sin\bar{\varphi}) \right) + \frac{\omega^2}{2} (r \cos\bar{\varphi})^2$$

med konstanter (GM, a, J_2 , ω) fra GRS80.

Beregn potentialet for følgende punkter alle med ellipsoidehøjden $h = 0$:

Nordpolen, Ækvator med $\lambda = 0$ samt punktet i opgave 3.2 .

Bemærk størrelsesordenen af W's ændringer mellem de 3 punkter.

14. Benyt samme potential som i opgave 3.13. Beregn tyngdevektorens størrelse i de tre punkter samt i 100 meters højde over punktet på Ækvator.